Automatisierte Stabilitätsanalyse von integrierten Analogschaltungen

Dipl.-Ing. Martin Gräfe, Prof. Dr.-Ing. Klaus Schumacher, Universität Dortmund

1 Einleitung

Bei dem Entwurf analoger, integrierter Schaltungen ist eine umfassende Verifikation mit Hilfe von Netzwerksimulatoren unverzichtbar, um ein zeit- und kostenintensives Redesign zu vermeiden. Einen wesentlichen Bestandteil dieser Simulationen bilden Stabilitätsanalysen, z.B. bei aktiven Filtern oder Verstärkerschaltungen (vgl. auch [1]). Dabei sind solche Verfahren vorzuziehen, die neben der Ja/Nein–Entscheidung über die Stabilität des Netzwerkes (siehe [2]) auch eine Beurteilung der *relativen Stabilität* ermöglichen, um trotz statistischer Parameterstreuungen der *integrierten* Bauelemente (Mismatch) einen gewissen „Sicherheitsabstand“ zur Instabilität gewährleisten zu können.

Die meisten Schaltungsentwickler sind mit dem Nyquist-Kriterium in seiner vereinfachten Form [3, S. 57] vertraut, da es mit den anschaulichen Größen *Phasen*- und *Amplitudenreserve* ein Maß für die Stabilität der Schaltung liefert. Die Anwendung dieses Kriteriums setzt jedoch eine eindeutige Rückkopplung sowie *Rückwirkungsfreiheit* der zu untersuchenden Schaltung voraus; beides ist bei integrierten Schaltungen z.B. aufgrund parasitärer Kapazitäten i.a. jedoch nicht erfüllt. Man behilft sich daher mit einer Lastkorrektur am Ausgang des offenen Systems, die die Eingangsimpedanz möglichst exakt nachbildet. Ein solcher „Eingriff“ in das Netzwerk setzt das Verständnis der zu untersuchenden Analogschaltung voraus und steht damit einer Automatisierung im Wege.

Das hier vorgestellte Verfahren erlaubt die Anwendung des Nyquist-Kriteriums auf das unveränderte Netzwerk, ohne das manuelle Aufschneiden der Rückkopplung und das Einfügen einer Lastkorrektur. Somit ist eine vollständig automatisierte Stabilitätsanalyse möglich. Diese Methode wurde in ein Programm implementiert, welches die Stabilitätsreserve direkt aus einer SPICE-Netzliste bestimmt.

2 Das Prinzip der Analyse

2.1 Stabilität und Innenwiderstände

Bestimmt man die Admittanz-Matrix eines el. Netzwerkes mit Hilfe der (modifizierten) Knotenpotentialanalyse, so läßt sich die Stabilität anhand der Determinante dieser Matrix bestimmen: besitzt diese Determinante als Funktion der komplexen Frequenzen $s = \sigma + j\omega$ Nullstellen mit positivem Realteil, so ist das Netzwerk **instabil** im Sinne des Abklingens von beliebigen Anfangsauslenkungen. Für diese Frequenzen wird die Matrix singulär, d.h. nicht mehr invertierbar. Dies bedeutet veranschaulicht, daß mindestens ein Knoten von dem Bezugsknoten (Masse) vollständig entkoppelt ist, d.h. sein Innenwiderstand gegen unendlich geht.

2.2 Die Ersatzschaltung

Wie oben gezeigt, ist eine Beurteilung der Stabilität einer Schaltung anhand der Innenwiderstände aller Knoten möglich. Eine Ersatzschaltung mit den gleichen Innenwiderständen, unabhängig von ihrer Struktur, besitzt demnach dieselben Stabilitätseigenschaften. Dies ist sogar dann der Fall, wenn alle Knoten der Ersatzschaltung voneinander entkoppelt sind und jeweils genau einen Pfad zum Bezugsknoten enthalten (Bild 1).

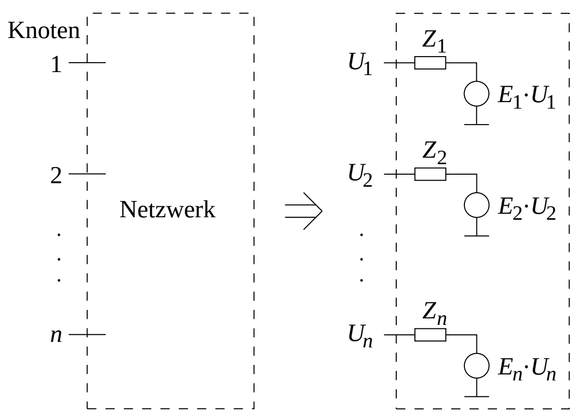

Bild 1: Ersatzschaltung zur Bestimmung der Stabilität

Die Ersatzschaltung wurde so gewählt, daß sie an jedem Knoten ein über die spannungsgesteuerte Spannungsquelle einfach rückgekoppeltes, rückwirkungsfreies System enthält, dessen Stabilität sich mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums bestimmen läßt und aufgrund der vorangegangenen Überlegungen mit dem Stabilitätsverhalten des zu untersuchenden Netzwerkes identisch ist. Voraussetzung dafür ist lediglich, daß die komplexen Eingangswiderstände durch die Verschaltung der Leitwerte Z_k und E_k ($k = 1 \ldots n$) exakt nachgebildet werden, was jedoch durch beliebig viele Kombinationen von Z_k und E_k möglich ist. Daher kommt der Bestimmung dieser Elemente eine besondere Bedeutung zu.

2.3 Bestimmung der Elemente des Ersatzschaltbildes

Betrachtet man die Struktur der o.g. Ersatzschaltung, so ist leicht zu erkennen, daß die open-loop-Übertragungsfunktionen der Teilschaltungen mit den Größen E_k identisch sind. Somit ist für die Beurteilung der Stabilität mittels des Nyquist-Kriteriums die Bestimmung dieser Funktionen erforderlich. Ein geeigneter Ansatz besteht darin, die Impedanzen Z_k als Eingangswiderstände an den Knoten des *passiven* Netzwerkes anzunehmen, d.h. durch das Weglassen aller spannungsgesteuerten Stromquellen bzw. Kurzschließen der spannungsgesteuerten Spannungsquellen zu bestimmen. Diese Modifikation läßt sich sehr leicht automatisieren und gleichzeitig wird dadurch gewährleistet, daß die Impedanzen rein passiv sind und somit keine Instabilitäten enthalten können. Diese widerum sind dann in E_k enthalten. Damit lassen sich die für die Stabilität entscheidenden Übertragungsfunktionen E_k bestimmen zu:

$$E_k = 1 - \frac{Z_k}{Z_k^*} \tag{1}$$

mit Z_k^* als Eingangswiderstände des unveränderten Netzwerkes. Auf diese Übertragungsfunktionen kann jetzt das Nyquist-Kriterium angewendet werden.

3 Der Algorithmus

3.1 Aufstellen der Matrizen

Da das vorgestellte Verfahren auf dem Nyquist-Kriterium basiert, muß zunächst das im Arbeitspunkt linearisierte Netzwerk bestimmt werden, wie es jeder Netzwerksimulator bei einer Arbeitspunktanalyse berechnet. Mit Hilfe der modifizierten Knotenpotentialanalyse (vgl. [4]) läßt sich aus diesem linearisierten Netzwerk die Admittanz-Matrix $\mathbf{A}$ bestimmen. Wie bereits oben erwähnt, wird bei der hier vorgestellten Methode eine weitere Matrix benötigt, die nur die passiven Elemente des Netzwerkes enthält. Dazu werden beim Aufstellen dieser Matrix $\tilde{\mathbf{A}}$ alle gesteuerten Stromquellen (g_m bei MOS- und Bipolar-Transistoren) weggelassen. Da die in Simulationsprogrammen üblicherweise eingesetzten Kleinsignal-Ersatzschaltbilder für Transistoren parallel zu den gesteuerten Stromquellen passive Leitwerte (g_{DS}, bzw. r_{CE}) enthalten, bleibt die Matrix invertierbar.

3.2 Bestimmung der Übertragungsfunktionen

Zur Bestimmung des Innenwiderstandes Z_k^* des Knotens k für eine Frequenz $j\omega$ ist das Lösen des Gleichungssystems

$$\mathbf{A}(j\omega) \cdot \mathbf{U} = \begin{pmatrix} I_1 = 0 \\ I_2 = 0 \\ \vdots \\ I_k = 1 \\ \vdots \\ I_n = 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

erforderlich. Dies entspricht einem Schritt bei der AC-Analyse eines Netzwerksimulators. Die Bestimmung der Übertragungsfunktion E_k nach (1) erfordert jedoch zusätzlich die Berechung der Impedanz Z_k des passivierten Netzwerkes $\tilde{\mathbf{A}}$, so daß die doppelte Zeit einer AC-Analyse benötigt wird, um den Wert von E_k für eine Frequenz $j\omega$ zu ermitteln.

3.3 Berechnung der Phasen- und Amplitudenreserve

Zur Bestimmung der Phasen- und Amplitudenreserve der Übertragungsfunktion E_k müssen z.B. mit Hilfe des *Regula falsi*–Algorithmus die Nullstellen der Funktionen $|E_k(j\omega)| - 1$ und $\angle E_k(j\omega)$ ermittelt und die Funktionswerte jeweils der anderen Funktionen berechnet werden:

$$\begin{aligned} \Phi_r &= \angle E_k(j\omega_1) && \text{mit } |E_k(j\omega_1)| = 1 \\ A_r &= |E_k(j\omega_2)|^{-1} && \text{mit } \angle E_k(j\omega_2) = 0 \end{aligned}$$

Häufig sind dazu erhablich weniger Schritte notwendig ($\leq$100), als bei einer AC-Analyse in der Regel bestimmt werden. Allerdings müssen diese Berechnungen nach den Überlegungen aus Kapitel 2.1 für alle Knoten des Netzwerkes wiederholt werden, was den Rechnenaufwand in dritter Potenz mit der Anzahl der Knoten steigen läßt. In den meisten Fällen kann der Schaltungsdesigner jedoch den bzw. die *kritischen Knoten* vorgeben, die die geringste Stabilitätsreserve aufweisen. I.a. sind das diejenigen Knoten, die direkt in dem Rückkopplungspfad liegen.
Soll dennoch eine Analyse aller Knoten erfolgen, so ist es sinnvoll, statt das Gleichungssystems (2) für jeden Knoten zu lösen, die Matrizen **A** und $\tilde{\mathbf{A}}$ zu invertieren und die für (1) erforderlichen Größen Z_k und Z_k^* den Diagonalelementen der inversen Matrizen zu entnehmen.

4 Ergebnisse

Das vorgestellte Verfahren zur Stabilitätsanalyse wurde in ein Programm implementiert, das die Phasen- und Amplitudenreserve einer Schaltung direkt aus den unveränderten Netzliste bestimmt. Der Arbeitspunkt und die Kleinsignalparameter der Bauelemente werden dabei durch einen Aufruf des Simulators SPICE mit einer Arbeitspunktanalyse (`.OP`) ermittelt und aus der SPICE-Ausgabedatei extrahiert. Zusammen mit der Netzliste ergeben sich daraus die Matrizen **A** und $\tilde{\mathbf{A}}$ als Funktionen der Frequenz. In der aktuellen Programmversion werden beide Matrizen analytisch invertiert, so daß danach direkt die Funktionen $E_k(j\omega)$ nach (1) bestimmt werden können. Es hat sich jedoch gezeigt, daß das analytische Invertieren der Matrizen für größere Systeme den Rahmen der Zahlendarstellung eines Rechners sprengt; hier empfiehlt sich, numerische Verfahren zu verwenden und die Matrizen für jeden benötigten Frequenzwert zu invertieren.
Ein Beispiel soll die Anwendung des Programms verdeutlichen. Der Verstärker aus Bild 2 wurde einmal durch Auftrennen der Rückkopplung in A und Einfügen einer Lastkorrektur analysiert und im Vergleich die Übertragungsfunktion an dem gleichen Knoten mit Hilfe des hier vorgestellten Programms berechnet.

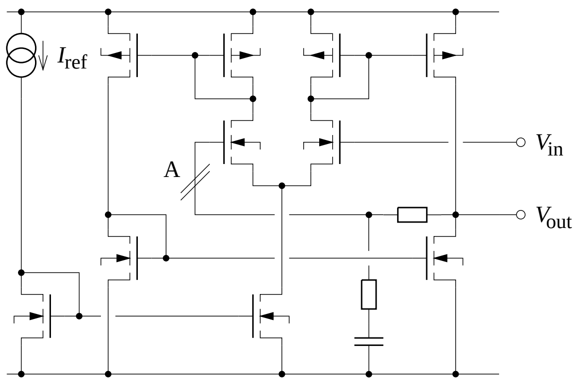

Bild 2: Beispiel: Operationsverstärker mit Gegenkopplung

Bild 3(a) zeigt den Betrag und Bild 3(b) die Phase der Übertragungsfunktion im Vergleich zum offenen Kreis mit Lastkorrektur. Man sieht, daß sich erst bei relativ hohen Frequenzen eine Abweichung ergibt. Diese ist auf parasitäre Rückkopplungen durch Gate-Drain-Kapazitäten zurückzuführen, die beim manuellen Aufschneiden der Rückkopplung nicht berücksichtigt werden können.

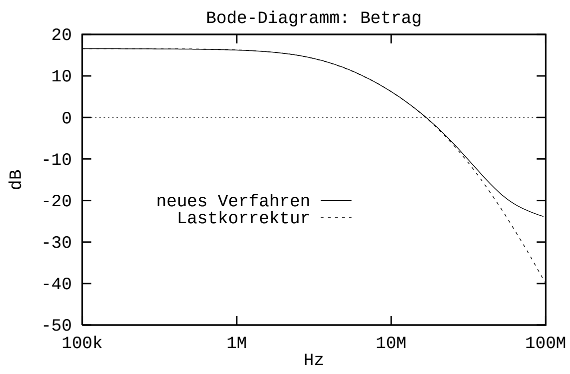

Bild 3(a): Betrag der Übertragungsfunktion

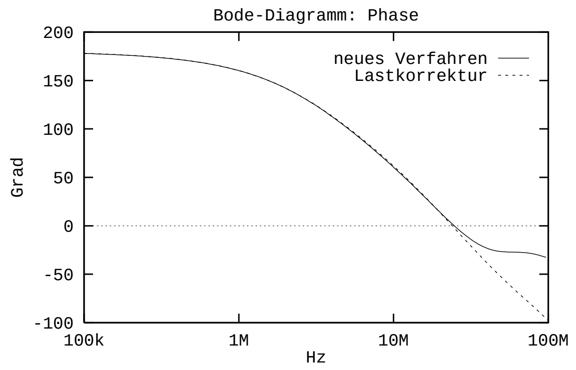

Bild 3(b): Phasengang der Übertragungsfunktion

Ein Vergleich der Phasen- und Amplitudenreserve zeigt auch hier einen geringfügigen Unterschied durch die bei der Lastkorrektur unterschlagenen parasitären Rückkopplungen:

offener Kreis mit Lastkorrektur:
Phasenreserve: 26.71°
Amplitudenreserve: 5.68 dB

neues Verfahren:
Phasenreserve: 25.75°
Amplitudenreserve: 5.88 dB

5 Zusammenfassung

Es wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe das Nyquist-Kriterium zur Bestimmung der Stabilität einer Schaltung auf das unveränderte Netzwerk, d.h. den geschlossenen Kreis, angewendet werden kann. Damit ist dieses Verfahren vollständig automatisierbar und wurde in ein Programm implementiert, das zur Berechnung des Arbeitspunktes und der Kleinsignalparameter auf die Arbeitspunktanalyse des Simulators SPICE zurückgreift.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß das Nyquist-Kriterium in seiner vereinfachten Form voraussetzt, daß der offene Kreis stabil ist. Da der vorgestellte Algorithmus auf diesem Kriterium basiert, muß er zwangsläufig die gleichen Voraussetzungen an die zu untersuchende Schaltung stellen. Dies sollte der Schaltungsentwickler bei der Anwendung des Programms berücksichtigen.

Schrifttum

[1] C. Heite, J. Oehm, K. Schumacher; *Rechnergestützte Stabilitätsanalyse nichtlinearer Analogschaltungen mit dem Popov-Verfahren;* GME/ITG Diskussionssitzung, 1991

[2] M. M. Green, A. N. Willson; *An Algorithm for Identifying Unstable Operating Points Using SPICE;* IEEE Trans. Computer-Aided Design, Band 14, S. 360-370, März 1995

[3] O. L. R. Jacobs; *Introduction to control theory;* Clarendon, Oxford, 1974

[4] H. Spiro; *Simulation integrierter Schaltungen durch universelle Rechnerprogramme;* Oldenbourg, München 1985